CENTRALE COMMISSIE VOORTENTAMEN WISKUNDE

Tentamen Wiskunde B

Datum:	16 januari 2015
Tijd:	13.30 – 16.30 uur
Aantal opgaven:	5

Lees onderstaande aanwijzingen s.v.p. goed door voordat u met het tentamen begint.

Bij dit tentamen hoort één uitwerkbijlage (bij opgave 2).

Zet uw naam op alle in te leveren antwoordbladen en op de uitwerkbijlage.

Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad.

Laat bij elke vraag door middel van een redenering, een berekening, of, indien toegestaan, een toelichting op het gebruik van de grafische rekenmachine zien hoe het antwoord is verkregen. Zonder redenering of berekening worden aan het antwoord meestal geen punten toegekend.

Schrijf leesbaar en met inkt. Gebruik geen tipp-ex o.i.d.. Gebruik van een potlood is alleen toegestaan bij het tekenen van grafieken.

Bij het tentamen kunt u gebruik maken van een (grafische) rekenmachine van een type dat goedgekeurd is voor het Centraal Examen Wiskunde van het vwo. Overige hulpmiddelen, zoals formulekaart, BINAS en tabellenboek zijn NIET toegestaan. Op de laatste bladzijde van dit tentamen is een lijst met formules en verwijzingen naar definities/stellingen afgedrukt.

Het gebruik van een mobiele telefoon of andere telecommunicatieapparatuur tijdens het tentamen is verboden.

Op www.ccvx.nl vindt u vanaf begin volgende week:

- de uitwerkingen van dit tentamen;
- de stand van zaken van de correctie van dit tentamen.

Te behalen punten per onderdeel:

Opgave	1	2	3	4	5
a	7	4	6	6	4
b	6	5	7	5	6
c	6		7	4	7
d				4	6
Totaal	19	9	20	19	23

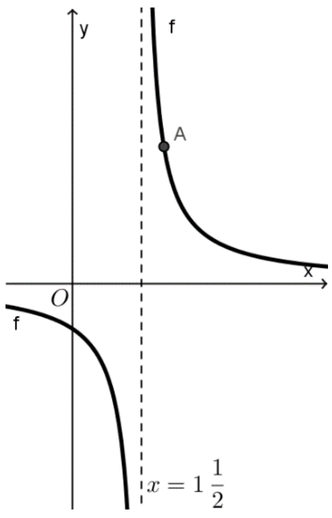
$$\text{Cijfer} = \frac{\text{behaald aantal punten}}{10} + 1$$

U bent geslaagd als uw cijfer 5,5 of hoger is.

Opgave 1

De functie *f* wordt voor $x \neq 1\frac{1}{2}$ gegeven door

$$f(x) = \frac{3}{2x - 3}$$



In de figuur hiernaast ziet u een schets van de grafiek van *f*.
A is het punt (2,3).

De raaklijn aan de grafiek van *f* in punt *A* snijdt de *x*-as in het punt *P* en snijdt de *y*-as in punt *Q*.

7pt a Bereken algebraïsch de oppervlakte van driehoek *OPQ*.

Voor alle $q > 2$ is V_q het vlakdeel dat wordt ingesloten door de grafiek van *f*, de lijn $x = 2$, de lijn $x = q$ en de *x*-as.

6pt b Bereken algebraïsch de waarde van q waarvoor geldt dat de oppervlakte van V_q gelijk is aan 3.

Er is één rechte lijn door $O(0,0)$ die raakt aan de grafiek van *f*.

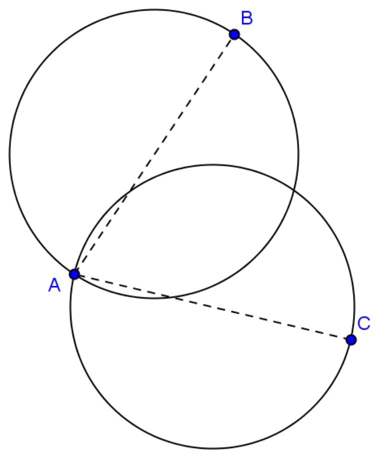
6pt c Stel algebraïsch een vergelijking op voor deze rechte lijn.

Opgave 2

Gegeven een driehoek *ABC* met $\angle A = \angle B$ en $\angle C < 90°$.
M is het middelpunt van de omgeschreven cirkel van deze driehoek.

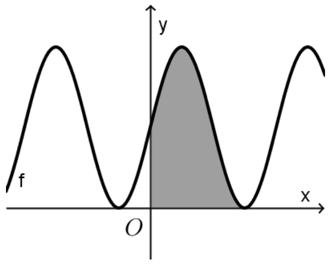
4pt a Bewijs dat CM de bissectrice is van $\angle C$.

In de figuur hiernaast zijn *A*, *B* en *C* hoekpunten van een driehoek. De cirkel met middellijn *AB* en de cirkel met middellijn *AC* snijden elkaar behalve in punt *A* ook in een tweede punt.
Op de uitwerkbijlage vindt u een vergrote afdruk van deze figuur.



5pt b Bewijs dat dit tweede snijpunt van deze cirkels op de zijde *BC* van de driehoek ligt.

Opgave 3



Hiernaast ziet u een deel van de grafiek van de functie

$$f(x) = 4\sin(2x)\cos(2x) + 2$$

In de figuur wordt gesuggereerd dat de minima van de grafiek van *f* op de *x*-as liggen.

6pt a Toon algebraïsch aan dat dit inderdaad het geval is.

Het grijs gekleurde vlakdeel wordt ingesloten door de grafiek van *f*, de *x*-as en de *y*-as.

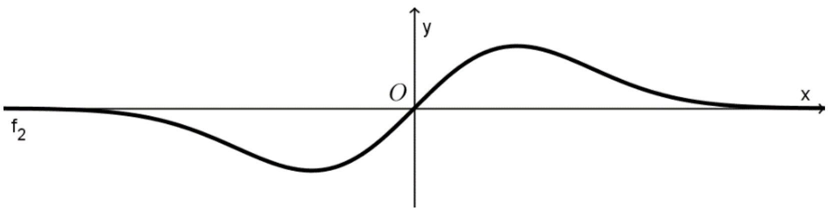
7pt b Bereken de oppervlakte van dit vlakdeel algebraïsch.

De functie g wordt gegeven door $g(x) = 4\sin(3x)\sin(2x) + 2$.

7pt c Los de vergelijking $f(x) = g(x)$ algebraïsch op en geef alle oplossingen die in het interval $[0, \pi]$ liggen.

Opgave 4

Voor iedere $a > 0$ wordt de functie f_a gegeven door $f_a(x) = x \cdot \mathrm{e}^{-ax^2}$.
In de figuur hieronder ziet u een schets van de grafiek van f_a voor $a = 2$.



6pt a Bereken het bereik van de functie f_2 algebraïsch.

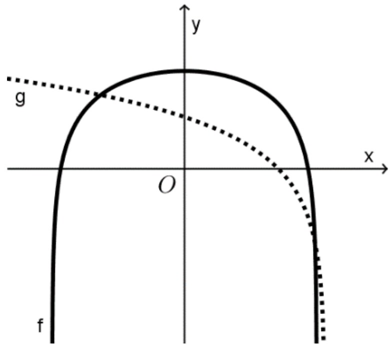
5pt b Laat algebraïsch zien dat de toppen van de grafieken van de functies f_a alle op dezelfde rechte lijn door de oorsprong liggen en geef de vergelijking van deze lijn.

In de figuur kunt u zien dat de grafiek van f_2 drie buigpunten heeft.

4pt c Bereken de *x*-coördinaten van deze drie buigpunten algebraïsch.

4pt d Bepaal voor welke waarden van *p* de lijn $y = px$ drie snijpunten heeft met de grafiek van f_2.

Opgave 5



Hiernaast ziet u de grafieken van de functies
$f(x) = \ln(8 - x^2)$ en $g(x) = \ln(3 - x)$.

De functie h wordt gegeven door $h(x) = f(x) - g(x)$.

4pt a Bereken de x-coördinaten van de snijpunten van de grafieken van f en g algebraïsch.

6pt b Los algebraïsch op: $h(x) = \ln\left(\frac{4}{5}\right)$.

7pt c Bereken algebraïsch voor welke waarde(n) van x de functie h een extreme waarde heeft.

V is het vlakdeel dat wordt ingesloten door de grafiek van f en de x-as.

6pt d Bereken exact de inhoud van het omwentelingslichaam dat ontstaat als V gewenteld wordt rond de y-as.

Lijst van formules en verwijzingen naar definities/stellingen voor het voortentamen wiskunde B

Vlakke meetkunde

Verwijzingen naar definities en stellingen die bij een bewijs mogen worden gebruikt zonder nadere toelichting.

Hoeken, lijnen en afstanden:
gestrekte hoek, rechte hoek, overstaande hoeken, F-hoeken, Z-hoeken, afstand punt tot lijn, driehoeksongelijkheid.

Meetkundige plaatsen:
middelloodlijn, bissectrice, bissectricepaar, middenparallel, cirkel, parabool.

Driehoeken:
hoekensom driehoek, buitenhoek driehoek, congruentie: HZH, ZHH, ZHZ, ZZZ, ZZR; gelijkvormigheid: hh, zhz, zzz, zzr; middelloodlijnen driehoek, bissectrices driehoek, hoogtelijn driehoek, hoogtelijnen driehoek, zwaartelijn driehoek, zwaartelijnen driehoek, gelijkbenige driehoek, gelijkzijdige driehoek, rechthoekige driehoek, Pythagoras, gelijkbenige rechthoekige driehoek, halve gelijkzijdige driehoek.

Vierhoeken:
hoekensom vierhoek, parallellogram, ruit, rechthoek, vierkant.

Cirkel, koorden, bogen, hoeken, raaklijn, vierhoeken:
koorde, boog en koorde, loodlijn op koorde, middellijn, Thales, middelpuntshoek, omtrekshoek, constante hoek, raaklijn, hoek tussen koorde en raaklijn, koordenvierhoek.

Goniometrie

$\sin(t+u) = \sin t \cos u + \cos t \sin u$

$\sin(t-u) = \sin t \cos u - \cos t \sin u$

$\cos(t+u) = \cos t \cos u - \sin t \sin u$

$\cos(t-u) = \cos t \cos u + \sin t \sin u$

$\sin t + \sin u = 2 \sin \frac{t+u}{2} \cos \frac{t-u}{2}$

$\sin t - \sin u = 2 \sin \frac{t-u}{2} \cos \frac{t+u}{2}$

$\cos t + \cos u = 2 \cos \frac{t+u}{2} \cos \frac{t-u}{2}$

$\cos t - \cos u = -2 \sin \frac{t+u}{2} \sin \frac{t-u}{2}$

Einde van het tentamen.

Staat uw naam op alle in te leveren blaadjes?

Indien nodig kunt u de surveillanten vragen om een extra uitwerkbijlage bij opgave 2.