

vwo – wiskunde A Binomiale verdeling

Leugendetector

In het tijdschrift Nature stond enige tijd geleden een artikel waarin de werking van een leugendetector werd uitgelegd. Iemand die liegt, krijgt een nauwelijks waarneembaar ‘blosje’ in het gezicht. De leugendetector probeert dit blosje waar te nemen. Volgens het artikel is de leugendetector een belangrijk hulpmiddel om na te gaan of iemand liegt. Met de leugendetector zijn veel experimenten uitgevoerd. Daaruit is gebleken dat de leugendetector niet altijd foutloos werkt. Zo wordt in slechts 75% van de gevallen een leugenaar daadwerkelijk als leugenaar herkend.

We nemen aan dat voor iedere leugenaar geldt dat de kans dat deze correct als leugenaar herkend wordt, gelijk is aan 0,75.

- 4p 1 Bereken in vier decimalen nauwkeurig de kans dat de leugendetector bij 200 leugenaars 40 of meer fouten maakt.

Ook bij eerlijke mensen (mensen die niet liegen) werkt de leugendetector niet altijd foutloos. Gemiddeld blijkt de leugendetector 1 van de 12 eerlijke mensen toch als leugenaar te bestempelen.

We bekijken een groep van 100 personen, bestaande uit 40 leugenaars en 60 eerlijke mensen. Je kunt narekenen dat de leugendetector naar verwachting bij 85 personen uit deze groep de juiste conclusie zal trekken. Men spreekt in dit geval van een *betrouwbaarheid* van 85% voor deze groep.

De betrouwbaarheid hangt af van de samenstelling van de groep. Wanneer we een groep van 100 personen nemen met daarin 16 leugenaars, krijgen we een andere waarde voor de betrouwbaarheid.

- 3p 2 Bereken hoe groot de betrouwbaarheid dan is.

Naarmate er in verhouding minder leugenaars in een groep zitten, zal de betrouwbaarheid van de leugendetector toenemen.

In een groep van 100 personen is de betrouwbaarheid van de leugendetector 87%.

- 4p 3 Bereken het aantal leugenaars in deze groep.

De leugendetector kan ook worden ingezet bij grootscheepse controles, zoals op vliegvelden. Daar moeten alle passagiers antwoord geven op de vraag of ze iets hebben aan te geven. Niet iedereen antwoordt naar waarheid.

Van alle passagiers in een bepaalde regio antwoordt 0,4% niet naar waarheid, zodat de betrouwbaarheid van deze leugendetector in die regio 91,6% is. De autoriteiten van een vliegveld in de regio overwegen deze leugendetector te gaan gebruiken, maar vinden de betrouwbaarheid van 91,6% nog te laag. Iemand beweert een nieuwe versie te kunnen leveren, die beter werkt. Daarmee bedoelt hij dat de kans op een juiste beslissing bij zijn leugendetector hoger is dan 0,916. Men besluit dit apparaat in deze regio te gaan testen. Bij de test geeft het apparaat in 834 van de 900 gevallen een juiste beslissing.

- 6p 4 Ga na of dit resultaat bij een significantieniveau van 5% voldoende aanleiding geeft om de conclusie te trekken dat deze nieuwe versie van de leugendetector beter werkt.

Rijexamen

Door het CBR (Centraal Bureau Rijvaardigheidsbewijzen) worden jaarlijks ruim 400 000 examens voor een rijbewijs voor personenauto's afgenomen. Dit

examen bestaat uit twee delen: een theorie-examen en een praktijkexamen. Je moet eerst geslaagd zijn voor het theorie-examen voordat je mag deelnemen aan het praktijkexamen.



Vóór 1 oktober 2002 bestond het theorie-examen uit 50 ja/nee-vragen. Een kandidaat was geslaagd voor het theorie-examen als ten minste 45 ja/nee-vragen goed werden beantwoord.

Hannie Samson wist, tijdens haar theorie-examen, van 41 ja/nee-vragen het goede antwoord. Door de overige 9 ja/nee-vragen te gokken, had Hannie Samson toch een kans om te slagen.

5p **5** Bereken deze kans. Geef je antwoord in 2 decimalen nauwkeurig.

Sinds 1 oktober 2002 is het theorie-examen vernieuwd. In het nieuwe theorie-examen zitten bij de 50 vragen niet alleen ja/nee-vragen maar ook andersoortige vragen zoals open vragen en/of driekeuzevragen. Ook nu is een kandidaat geslaagd voor het theorie-examen als ten minste 45 vragen goed worden beantwoord.

Herman Spiering doet een theorie-examen dat bestaat uit 40 ja/nee-vragen en 7 driekeuzevragen en 3 open vragen. Hij weet alleen het goede antwoord van 36 ja/nee-vragen en 6 driekeuzevragen. De 3 open vragen heeft hij in ieder geval fout. Van de resterende vragen moet Herman het antwoord gokken. Herman kan nog slagen voor dit examen. Dan moet hij ten minste drie van de vier resterende ja/nee-vragen goed gokken of hij moet twee van de vier resterende ja/nee-vragen én de resterende driekeuzevraag goed gokken.

4p **6** Bereken de kans dat Herman zal slagen voor dit theorie-examen. Geef je antwoord in 2 decimalen nauwkeurig.

Als je slaagt voor het theorie-examen mag je praktijkexamen doen. Als je zakt voor je praktijkexamen, kun je enige maanden later opnieuw praktijkexamen doen. Sommige kandidaten zakken meerdere keren voor het praktijkexamen. Het CBR houdt gegevens bij over de slaag- en zakcijfers van de kandidaten die opgaan voor het rijexamen. Uit de gegevens van het CBR blijkt dat een kandidaat steeds dezelfde kans heeft om te slagen voor het praktijkexamen. Hierbij speelt het dus geen rol of die kandidaat voor de eerste keer examen doet of al één of meer keren gezakt is. Verder blijkt dat 11% van alle kandidaten na 4 keer nog steeds niet is geslaagd voor het praktijkexamen.

Op basis van deze gegevens kun je nu berekenen hoe groot de kans is dat iemand de eerste keer al slaagt voor het praktijkexamen.

4p **7** Bereken deze kans. Geef je antwoord in 2 decimalen nauwkeurig.

Bij het CBR bestaat het rijexamen voor de motor ook uit een theorie-examen en een praktijkexamen. Volgens de gegevens van het CBR slaagt landelijk 65,5%

van alle kandidaten bij de eerste keer voor het praktijkexamen voor de motor.

Onlangs is een rijsschool gestart die gespecialiseerd is in motorrijlessen. Van de eerste 20 cursisten die de rijsschool heeft opgeleid, zijn er 17 de eerste keer geslaagd voor hun praktijkexamen. De rijsschoolhouder vraagt zich af of dit een significant beter resultaat is dan het landelijke slagingspercentage.

- 6p 8 Onderzoek of de rijsschoolhouder mag concluderen dat zijn rijsschool een significant beter resultaat heeft behaald, vergeleken met het landelijke cijfer. Gebruik daarbij een significantieniveau van 1%.