James Boswell Instituut – Universiteit Utrecht

Voorbeeldtentamen Natuurkunde

vwo versie - Uitwerkingen

Opgave 1: Heteluchtballon

Een heteluchtballon is gevuld met lucht die verwarmd wordt door branders.

Bij het vullen wordt lucht met een temperatuur van 20 °C in de ballon geblazen tot deze een volume heeft van 490 m^3. De ballon is dan nog niet op zijn maximale volume. Daarna gaan de branders aan en wordt de lucht verwarmd tot 56 °C. Het volume van de ballon is dan maximaal. Tijdens het opwarmen is de druk van de lucht constant en ontsnapt er geen lucht uit de ballon.

1. Bereken het maximale volume van de ballon.

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \rightarrow \frac{490\ \mathrm{m^3}}{293\ \mathrm{K}} = \frac{V_2}{329\ \mathrm{K}} \qquad \text{dus } V_2 = \mathbf{550\ m^3}$$

De branders werken op propaangas. Ga ervan uit dat alle warmte ten goede komt aan het opwarmen van de $6{,}0 \cdot 10^2$ kg lucht in de ballon. De soortelijke warmte van de lucht is $1{,}0 \cdot 10^3$ J/(K.kg). Per minuut verbrandt 53 dm^3 propaangas.

2. Bereken hoe lang de branders aan staan.

- Verbrandingswarmte propaangas: 93,8 MJ/m^3
- 53 dm^3 per minuut levert het gas dus $53 \cdot 10^{-3}\ m^3 \cdot 93{,}8\ MJ/m^3 = 4{,}97$ MJ
- $Q = c \cdot m \cdot \Delta T = 1{,}0 \cdot 10^3 \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kgK}} \cdot 6{,}0 \cdot 10^2\ \mathrm{kg} \cdot (56\ °\mathrm{C} - 20\ °\mathrm{C}) = 21{,}6\ \mathrm{MJ}$
- De branders staan 21,6 MJ / 4,97 MJ = **4,3 minuut** aan.

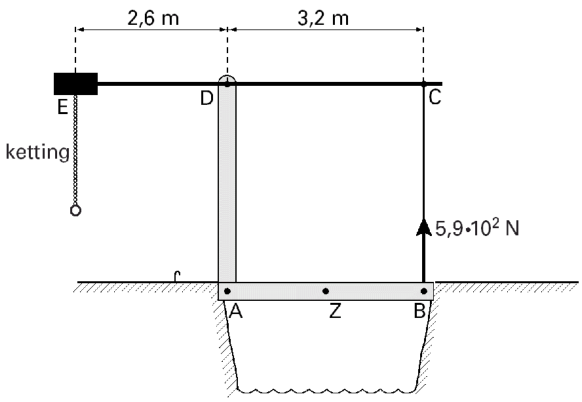
Tijdens de ballontocht koelt de lucht in de ballon af en daalt de ballon. De branders moeten dan weer worden aangezet. De massa van de lucht in de ballon neemt dan af. De onderkant van de ballon staat in open verbinding met de buitenlucht. Het volume van de ballon blijft constant.

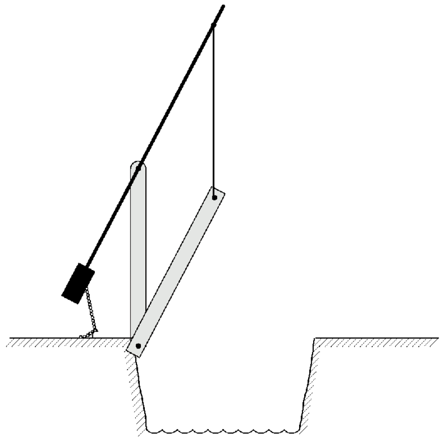
3. Leg uit waarom de massa van de lucht in de ballon kleiner wordt als de branders aan staan.

$$\frac{p \cdot V}{T} = n \cdot R$$

Volume (V) is constant, druk (p) blijft constant (want in open verbinding met buitenlucht), dus n ~ 1/T.
Als T stijgt dan wordt n kleiner, dus het aantal mol deeltjes in het gas wordt kleiner: de massa neemt af.

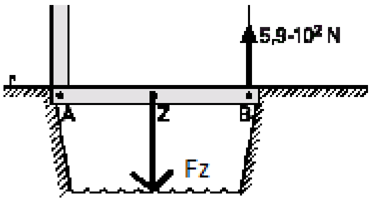
Opgave 2: Ophaalbrug





Het wegdek van de brug draait om punt A. Wrijvingskrachten in de scharnieren worden verwaarloosd. Om de brug te openen, oefent de kabel BC een minimale kracht van $5{,}9 \cdot 10^2$ N uit op het uiteinde van het wegdek (punt B). Het zwaartepunt van het wegdek bevindt zich midden tussen A en B. Zie de figuur.

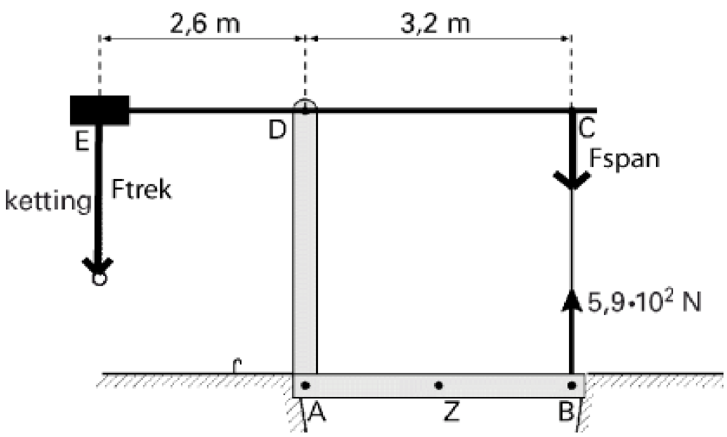
4. Bepaal de massa van het wegdek van de brug.



- Minimale kracht omhoog is $5{,}9 \cdot 10^2$ N
- Momentwet, met als draaipunt A: $\sum M = 0 \; \rightarrow M_z = M_{kabel}$
- $F_z \cdot \left(\frac{3{,}2}{2}\right) \text{m} = \; 5{,}9 \; \cdot \; 10^2 \text{ N} \cdot 3{,}2 \text{ m}$
- $F_z = 11{,}8 \; \cdot 10^2 \text{ N} = m \cdot \text{g} \rightarrow m = \frac{F_z}{9{,}81} = \mathbf{1{,}2 \; \cdot 10^2 kg}$

Om de brug te openen trekt de watersporter aan de ketting in punt E. Aan het uiteinde E van de top-lat EC is een extra massa aangebracht van 63 kg. De massa van de top-lat zelf is te verwaarlozen. De top-lat draait om punt D.

5. Bepaal de grootte van de kracht waarmee de watersporter minstens aan de ketting moet trekken om de brug te openen.



- Bij C werkt $5{,}9 \cdot 10^2$ N omlaag.
- Momentwet t.o.v. draaipunt D: $\sum M = 0$
- $(F_z + F_{trek}) \cdot 2{,}6 \text{ m} = 5{,}9 \; \cdot 10^2 \text{N} \cdot 3{,}2 \text{ m}$
  $63 \cdot 9{,}81 + F_{trek} = 726$
  F_{trek} = 108 N = **1,1 · 10² N**

Op het wegdek van de brug ligt een baksteen met een massa van 1,4 kg. Als de brug geopend wordt, schuift de baksteen bij een bepaalde stand van de brug met een constante snelheid langs het wegdek naar beneden. In die stand is de hoek die het wegdek maakt met het horizontale vlak 28°.

6. Bepaal de grootte van de wrijvingskracht tussen de baksteen en het wegdek.

- Constante snelheid, dus $F_{res} = m \cdot a = 0$ N $\rightarrow F_w = F_{z,langs\text{-}de\text{-}helling}$
- $F_w = F_z \cdot \sin 28° \rightarrow F_w = 1{,}4\ \mathrm{kg} \cdot 9{,}81\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \sin 28° = \mathbf{6{,}4\ N}$

Opgave 3: De hei-installatie

In een hei-installatie valt een zwaar metalen heiblok van 2000 kg op een betonnen heipaal. Het blok valt in een cilindervormige buis die de heischacht wordt genoemd. Het blok past precies in de schacht. De valhoogte is 15 m, gerekend van de onderkant van het heiblok tot de bovenkant van de heipaal.

7. Bereken de snelheid waarmee het blok op de paal komt. Verwaarloos hierbij de wrijvingskrachten.

- Wet van Behoud van Energie: $E_{z,boven} \rightarrow E_{kin,beneden}$
- $m \cdot g \cdot \Delta h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \rightarrow 2000\ \mathrm{kg} \cdot 9{,}81\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 15\ \mathrm{m} = \frac{1}{2} \cdot 2000\ \mathrm{kg} \cdot v^2$
- $v = \sqrt{2 \cdot 9{,}81\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 15\ \mathrm{m}} = \mathbf{17\ m/s}$

In werkelijkheid wordt de klap van het blok op de paal gedempt doordat onder het blok de lucht wordt samengeperst. Daardoor wordt een naar boven gerichte kracht op het blok uitgeoefend. De doorsnede van de heischacht is 200 cm². De buitenluchtdruk is 1,0 bar.

8. Bereken de naar boven gerichte netto-kracht van de lucht op het blok als het blok 10 m is gevallen. Neem daarbij aan dat de temperatuur van de lucht niet verandert en dat er geen lucht uit de schacht ontsnapt.

- $p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2$ en V = hoogte $\cdot A$
- $1{,}0\ \mathrm{bar} \cdot 15\ \mathrm{m} \cdot A = p_2 \cdot 5\ \mathrm{m} \cdot A \rightarrow p_2 = 3{,}0$ bar
- Het drukverschil met de buitenlucht is dus 3,0 bar – 1,0 bar = 2,0 bar
- $F = p \cdot A = 2{,}0 \cdot 10^5\ \mathrm{Pa} \cdot 200 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m}^2 = \mathbf{4{,}0\ kN}$

In werkelijkheid neemt de temperatuur van de lucht tijdens het samenpersen sterk toe.

9. Leg uit of de in de vorige vraag berekende kracht in werkelijkheid groter of kleiner is.

Groter, want bij $\frac{p \cdot V}{T}$ = constant, een gelijke volume afname maar met een toenemende temperatuur moet p dus extra toenemen.

Op zeker moment is de luchtdruk onder het heiblok zo groot dat de zwaartekracht op het blok wordt gecompenseerd. Het blok schiet vervolgens door zijn traagheid door en raakt de heipaal. In feite zorgt dit "luchtkussen" ervoor dat de kop van de heipaal niet verbrijzeld wordt.

Als het blok op de paal komt wordt alle energie van het blok door de paal opgenomen waardoor de paal in de grond wordt gedreven. Om het heiblok vervolgens weer omhoog te krijgen wordt op het juiste moment een kleine hoeveelheid dieselolie tussen blok en paal gespoten. Deze ontbrandt direct door de combinatie van hoge druk en temperatuur. De kracht van de explosie drijft het blok omhoog.

10. Bereken hoeveel ml dieselolie minimaal nodig is om het blok weer op de oorspronkelijke hoogte te brengen. Neem hierbij aan dat het rendement van de explosie 20% is. Neem voor de verbrandingswarmte van dieselolie dezelfde als voor stookolie.

- Verbrandingswarmte stookolie: 40 GJ/m^3 = 40 MJ/l
- Om het blok weer 15 m omhoog te brengen is $\Delta E_z = m \cdot g \cdot \Delta h = 2000 \text{ kg } \cdot 9{,}81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 15 \text{ m} = 2{,}94 \cdot 10^5 \text{J}$; Dit is dus de nuttige energie.
- $\eta = \frac{E_{\text{nuttig}}}{E_{in}} \cdot 100\% \rightarrow E_{in} = \frac{2{,}94 \cdot 10^5}{20} \cdot 100 = 1{,}47 \text{ MJ}$
- Dus er is 1,47 MJ : 40 MJ/l = **37 ml** dieselolie nodig.

De klap van het blok op de paal produceert een geluidsdruk van 110 dB op een afstand van 5,0 meter.

11. Bereken hoever je van de hei-installatie moet gaan staan om een geluidsdruk te horen van 80 dB.

    30 dB verschil is 5 keer 6 dB. Een verdubbeling van de afstand ≡ 6 dB afname. Dus 2^5 keer zo ver weg = 32 · 5 = **1,6 · 10² meter**

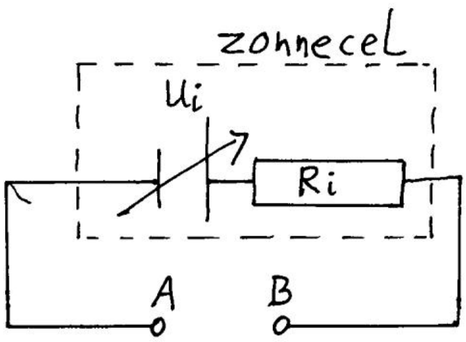
De tijd tussen twee klappen is 1,5 s. Als je verder weg gaat staan dan komt er een tijdsverschil tussen wat je hoort en wat je ziet. Op een afstand van 500 m van de installatie is dit tijdsverschil zo groot dat je de vorige klap hoort samenvallen met diegene die je op dat moment ziet.

12. Bereken de geluidssnelheid.

$$v_{\text{geluid}} = \frac{500 \text{ m}}{1{,}5 \text{ s}} = \mathbf{3{,}3 \cdot 10^2 \text{ m/s}}$$

Opgave 4: Zonnecel

Een zonnecel geeft een spanning die afhankelijk is van de hoeveelheid licht die op de cel valt. Je kunt een zonnecel dus beschouwen als een variabele spanningsbron. De cel heeft ook een zogenaamde inwendige weerstand R_i die onafhankelijk is van de spanning die de cel geeft. Als je de spanning U over de cel meet (dus tussen de punten A en B) dan is dat de spanning die de 'kale' cel geeft (die noemen we U_i) minus de spanning over R_i. Die laatste hangt natuurlijk af van de stroom die de cel levert. Zie het onderstaande schema.

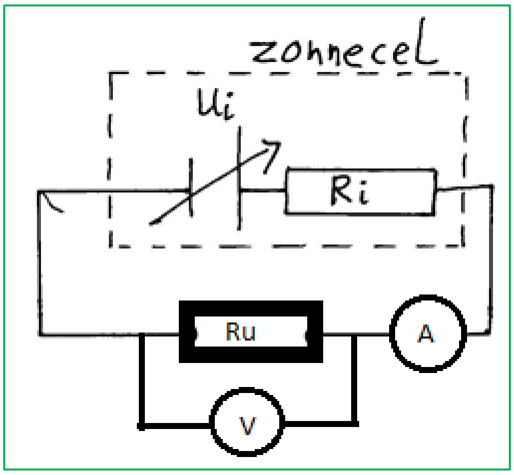


13. Leg uit waarom de spanning over R_i afhangt van de stroom.

Wet van Ohm: $R = U/I$, dus $U_R = I \cdot R_i$ en $U = U_i + U_R$

Cornelis wil het vermogen onderzoeken dat de cel levert bij verschillende belastingen, dat wil zeggen bij verschillende weerstanden (die noemen we uitwendige weerstanden R_u) die hij tussen A en B aansluit. Om het vermogen te berekenen moet hij dan de stroom I door en de spanning U over R_u meten.

14. Teken het schema van de schakeling die hij gebruikt. Neem in dit schema een stroommeter, een spanningsmeter, de zonnecel en R_u op.



Cornelis verkrijgt de volgende metingen. Deze tabel staat ook in de bijlage.

Ru(kΩ)	U(V)	I (mA)
0,5	0,7	1,4
1,0	1,25	1,3
5,0	3,1	0,63
10	3,8	0,38

De cel ontvangt tijdens deze metingen een constante hoeveelheid licht.

15. Bereken voor iedere R_u het afgegeven vermogen P en noteer dat in de tabel op de bijlage.

Ru(kΩ)	U(V)	I (mA)	P(mW)
0,5	0,7	1,4	0,98
1,0	1,25	1,3	1,6
5,0	3,1	0,63	2,0
10	3,8	0,38	1,4

Met een zogenaamde Lux-meter bepaalt Cornelis het vermogen van het op de cel vallende licht. Dit blijkt 2,7 W/m^2 te zijn. De oppervlakte van de cel is 25 cm^2.

16. Bepaal het maximale rendement van de zonnecel dat uit de metingen blijkt.

- $P_{\text{in}} = 2{,}7\,\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \cdot 25 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2 = 6{,}75\ \text{mW}$
- P_{nuttig} is maximaal 1,953 W
- $\eta = \frac{P_{\text{nuttig}}}{P_{\text{in}}} \cdot 100\% \rightarrow \eta$ is maximaal $\frac{1{,}953\text{mW}}{6{,}75\ \text{mW}} \cdot 100\% = 29\%$

Cornelis vraagt zich af of hij uit de meetgegevens ook Ui en R_i kan berekenen. Hij realiseert zich dat er geldt: $U = U_i - I \times R_i$. Hij maakt een diagram waarin hij U uitzet tegen I en verwacht op grond van die laatste formule dat dit een rechte lijn zal opleveren. Dit diagram staat in de bijlage.

17. Zet alle meetgegevens uit de tabel in het diagram op de bijlage.

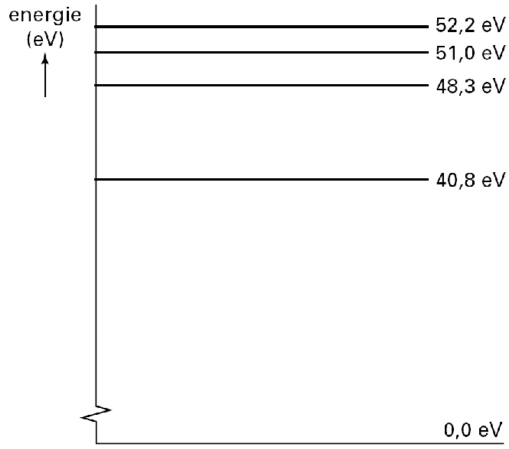
Teken een zo goed mogelijke rechte lijn door de punten.

18. Bepaal uit het diagram U_i en R_i.

- R_i is de steilheid van de grafiek: $\frac{4{,}9\ \text{V}}{1{,}68\ \text{mA}} = 2{,}9\ \text{k}\Omega$
- U_i is de afsnijding van de grafiek met de y-as: 4,9 V

Opgave 5: Heliumionen

Het gas helium vinden we vooral in sterren. Om een heliumatoom te ioniseren is een energie nodig van 24,6 eV. Dit ioniseren kan plaatsvinden door een botsend elektron.



energieniveauschema He

19. Bereken de snelheid die een elektron minstens moet hebben om een heliumatoom te kunnen ioniseren.

- Bij maximale energieoverdracht tijdens de botsing moet de kinetische energie dus minimaal 24,6 eV zijn.
- $\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = 24{,}6 \text{ eV}$
- 1 eV = $1{,}602 \cdot 10^{-19}$ J, $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$kg
- Dus $v = \sqrt{\frac{2 \cdot 24{,}6 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19} \text{J}}{9{,}1 \cdot 10^{-31} \text{kg}}} = \mathbf{2{,}9 \cdot 10^{6} m/s}$.

Dit heliumion kan vanuit de grondtoestand in een aantal aangeslagen toestanden gebracht worden. Het overgebleven elektron beweegt zich dan in een baan die verder van de kern afligt. Een aantal van deze energietoestanden van het He^{+}-ion is weergegeven in het energieniveauschema hiernaast.

Bij overgang van een hogere naar een lagere energietoestand wordt straling uitgezonden. Eén van deze overgangen levert zichtbaar licht op.

20. Bepaal met behulp van het energie- niveauschema de golflengte van dit licht.

- Zichtbaar licht: λ tussen 400 nm en 750nm
- $E_{\text{foton}} = h \cdot f = \frac{h \cdot c}{\lambda}$, dus zichtbaar licht heeft een energie tussen 1,66 eV en 3,1 eV.
- Er past maar één overgang in dit bereik: de val van 51,0 eV naar 48,3 eV: E = 2,7 eV.
- $\lambda = \frac{h \cdot c}{E} = \mathbf{460 \text{ nm}}$

Binnenin een ster worden heliumionen verder geïoniseerd, zodat alleen de kernen overblijven. Van deze heliumkernen komen twee isotopen voor, helium-3 en helium-4. Bij botsingen tussen heliumkernen kunnen fusiereacties optreden. Bij één van deze reacties fuseren een helium-3 kern en een helium-4 kern tot één nieuwe kern, zonder andere reactieproducten.

21. Geef met behulp van een reactievergelijking aan welke nieuwe kern er ontstaat.

${}^{3}_{2}\text{He} + {}^{4}_{2}\text{He} \rightarrow {}^{7}_{4}\text{Be}$

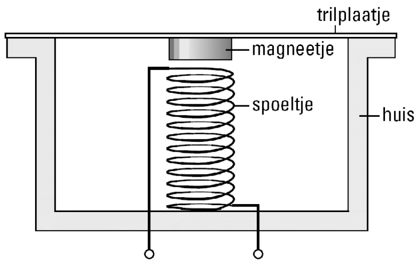
Als twee helium-3 kernen fuseren, vindt de volgende reactie plaats: ${}^{3}\text{He} + {}^{3}\text{He} \rightarrow {}^{4}\text{He} + 2\text{ p}$

22. Bereken de energie in MeV die bij deze fusiereactie vrijkomt. Geef de uitkomst in vier significante cijfers.

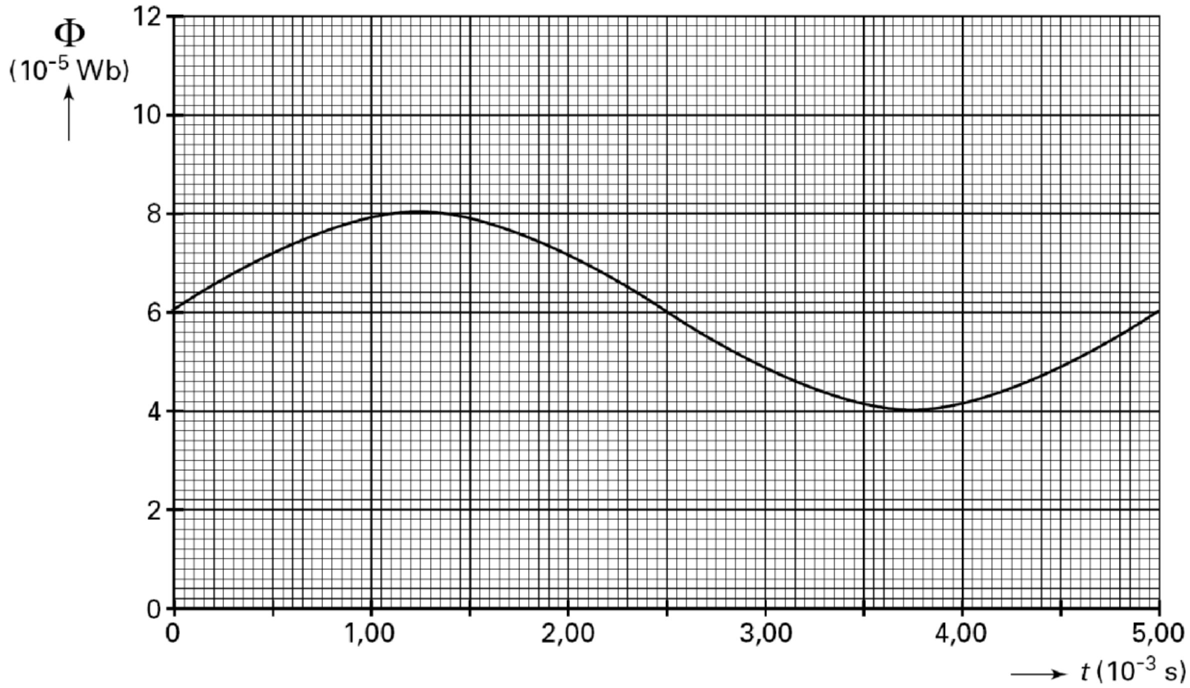
- Massa Helium-3 kern: 3,016029 u – 2 · 0,00054858 u
- Massa Helium-4 kern: 4,002603 – 2 · 0,00054858 u
- Massa proton: 1,007276 u
- Massaverschil: 4,002603 – 2 · 0,00054858 u + 2 · 1,007276 u – 2 · (3,016029 u – 2 · 0,00054858 u) = 0,01381 u = 12,86 MeV

Opgave 6: De telefoon

Bij het telefoneren wordt geluid door een microfoon omgezet in elektrische spanning. Dit kan met behulp van een stalen trilplaatje waaraan een permanent magneetje is vastgemaakt. Het magneetje bevindt zich vlak boven een spoeltje. In de nevenstaande figuur is dit schematisch weergegeven.



Door het geluid gaan het plaatje en het magneetje trillen. Daardoor verandert de door het spoeltje omvatte flux. In onderstaande figuur is aangegeven hoe de flux verandert bij een bepaalde trilling van het plaatje.



De steeds van grootte veranderende flux veroorzaakt een veranderende inductiespanning over het spoeltje, die we het spanningssignaal noemen.

23. Noem een tijdstip waarop de inductiespanning 0,0 V is. Licht je antwoord toe.

- $U_{ind} \sim \Delta\Phi$, dus bij een horizontale raaklijn in de grafiek ($\Delta\Phi=0$) is $U_{ind} = 0$.
- **t = 1,25 ms of t = 3,75 ms.**

Bij moderne telefoons wordt de grootte van het spanningssignaal uitgedrukt in een binair getal. Om signalen tussen 0 V en 2,00 V om te zetten, wordt een 7 bits AD-omzetter gebruikt.

24. Bereken welk binair getal hoort bij een spanning van 1,38 V.

- 7-bits teller: maximaal $2^7 = 128$ waarden. Het bereik tussen 0 V en 2,00 V wordt dus verdeeld in 128 stapjes.
- 1,38 V ≡ 1,38 V · $\frac{2,00}{128} = 88,32$ → dus het 88e stapje
- $88 = 64 + 16 + 8 = 2^6 + 2^4 + 2^3$ dus binair: 1011000

Tegenwoordig worden digitale signalen vaak omgezet in lichtsignalen, die vervolgens worden doorgegeven via glasvezelkabels. Deze kabels hebben een zeer kleine doorsnede van $1,2 \cdot 10^{-8}$ m^2 en zijn gemaakt van kwartsglas dat een dichtheid heeft van $2,5 \cdot 10^3$ kg/m^3. Iemand heeft berekend dat voor de vervanging van alle telefoonkabels in Nederland $8,0 \cdot 10^5$ kg kwartsglas nodig is.

25. Bereken de totale lengte van de glasvezelkabels die in Nederland nodig zijn.

- $\rho = \frac{m}{V}$ en $V = A \cdot l$
- $m = A \cdot l \cdot \rho \rightarrow m = 8,0 \cdot 10^5 \text{kg} = 1,2 \cdot 10^{-8}\ \text{m}^2\ \cdot l\ \cdot 2,5 \cdot 10^3 \text{kg/m}^3$
- $\boldsymbol{l = 2,7 \cdot 10^{10}\mathbf{m}}$

Glasvezelkabels zijn erg buigzaam, waardoor er gemakkelijk bochten in komen. Voor niet te scherpe bochten blijven lichtstralen binnen de kabel, maar als de bocht te scherp is, treden ze naar buiten. De brekingsindex van het kwartsglas is 1,55. In de volgende figuur is een lichtstraal getekend in een glasvezelkabel waar een bocht in zit. De figuur staat ook op de bijlage.

26. Leg uit of de lichtstraal bij deze bocht binnen de kabel blijft en teken in de figuur op de bijlage het verdere verloop van de lichtstraal. Bepaal daartoe eerst de invalshoek.

- Opgemeten: hoek van inval (a) = 48°
- Grenshoek bepalen: $\frac{\sin(\angle g)}{\sin(90°)} = \frac{1}{n} = \frac{1}{1,55}$
- $\angle g = 40°$
- Invalshoek ∠a > ∠g dus er treedt reflectie op.
- Reflectie tekenen: hoek van inval is hoek van uitval.