BOSWELL-BÈTA

Voorbeeldexamen Wiskunde B
Havo

Datum:
Tijd: 13:00-16:00
Aantal opgaven: 6
Aantal subvragen: 18
Totaal aantal punten: 67

- Zet uw naam op alle blaadjes die u inlevert.
- Laat bij iedere opgave door middel van een berekening of een toelichting bij het gebruik van de grafische rekenmachine zien hoe het antwoord is verkregen.
  Aan een antwoord zonder toelichting zullen geen punten worden toegekend.
- Schrijf goed leesbaar en met inkt.
  Gebruik uitsluitend een potlood voor het maken van een tekening.
- Toegestane hulpmiddelen:
  - GR
  - Tekenmateriaal

Bij dit examen is een ingeschakelde mobiele telefoon of andere communicatieapparatuur niet toegestaan.

Opgave 1

De gemiddelde maandtemperatuur T (in °C) op een plaats in Australië als functie van de tijd

t (in maanden) wordt gegeven door de formule:

$$T = 14{,}8 + 8{,}6 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{12} t\right)$$

2p **a.** Wat is de gemiddelde jaartemperatuur op die plaats?

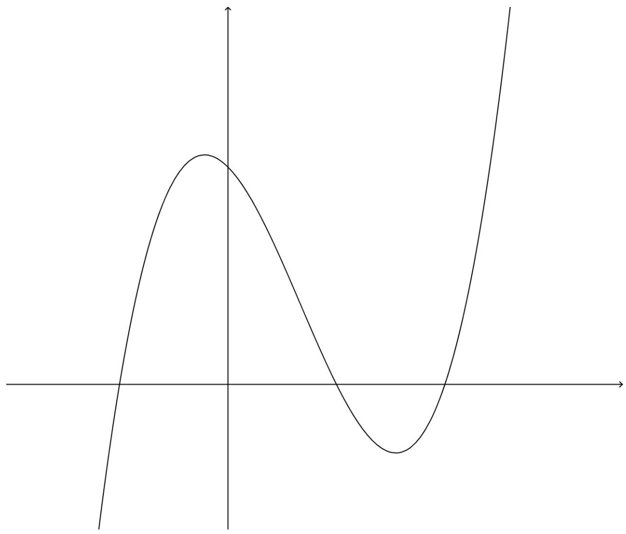
5p **b.** Bereken exact hoeveel maanden per jaar de gemiddelde maandtemperatuur boven de 10,5 °C is.

Door het broeikaseffect verwacht men dat de gemiddelde jaartemperatuur met 0,3 °C zal stijgen. Ondanks deze stijging worden toch koelere winters verwacht met een minimale gemiddelde maandtemperatuur van 5,9 °C.

4p **c.** Stel de nieuwe vergelijking op voor de gemiddelde maandtemperatuur *T* als functie van de tijd *t* op basis van bovenstaande gegevens.

Opgave 2

In de figuur is de grafiek getekend van de functie $f(x) = (x^2 - 1) \cdot (x - 2)$



3p **a.** Los algebraïsch op voor welke waarden van *x* geldt $f(x) < 0$.

3p **b.** Toon langs algebraïsche weg aan dat voor de afgeleide functie van *f* geldt $f'(x) = 3x^2 - 4x - 1$.

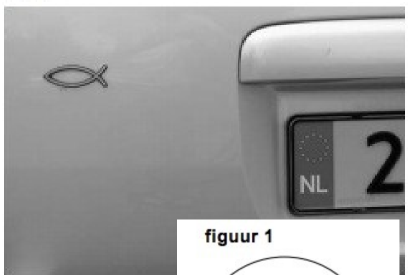
Lijn l raakt de grafiek van *f* in het punt *A*(–3, –40).

4p **c.** Stel langs algebraïsche weg een vergelijking op van lijn l.

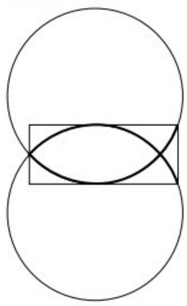
Opgave 3

In het verkeer zie je regelmatig auto's met bumperstickers. Een veel voorkomende sticker is er een in de vorm van een visje zoals te zien is op de foto. Dit visje is opgebouwd uit twee even grote cirkelbogen die in een gemeenschappelijk punt beginnen en elkaar in een tweede punt snijden. Zie figuur 1. Ook is in deze figuur te zien dat het visje precies wordt omsloten door een rechthoek.

foto



figuur 1



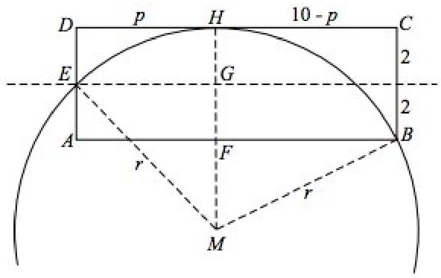
In deze opgave wordt nagegaan hoe een visje getekend kan worden dat in een rechthoek past met een breedte van 10 cm en een hoogte van 4 cm. Om het visje te kunnen tekenen, is het nodig te weten wat de straal is van de bijbehorende cirkelbogen. Ook moet de positie van de middelpunten van de cirkelbogen ten opzichte van de rechthoek bekend zijn.

In figuur 2 zijn de rechthoek en een deel van de onderste cirkel getekend.

Er geldt het volgende:

- AB = CD = 10 cm
- AD = BC = 4 cm
- E is het midden van AD
- G is het midden van FH
- DH = EG = AF = p cm
- De straal van de cirkelboog is r cm.

figuur 2



Met behulp van de stelling van Pythagoras in driehoek MGE kan een vergelijking worden opgesteld. Deze vergelijking kan vervolgens worden omgewerkt tot

I $r=\frac{1}{4}p^2+1$.

6p **a.** Stel de gevraagde vergelijking op en werk deze om tot $r=\frac{1}{4}p^2+1$.

Op soortgelijke manier kan met behulp van de stelling van Pythagoras in driehoek MBF een vergelijking worden opgesteld. Deze vergelijking kan vervolgens worden omgewerkt tot

II $p^2-20p+116-8r=0$.

De in vergelijking I gegeven uitdrukking voor *r* kan in vergelijking II worden gesubstitueerd. Hierdoor ontstaat een vergelijking die kan worden omgewerkt tot

III $p^2+20p-108=0$.

3p **b.** Voer de hierboven beschreven substitutie uit en werk de daarbij verkregen vergelijking om tot $p^2+20p-108=0$.

Op de uitwerkbijlage is een rechthoek van 10 cm bij 4 cm getekend. Om daarin een visje te kunnen tekenen, heb je de waarden van *p* en *r* nodig. Deze kunnen worden berekend door eerst vergelijking III op te lossen en daarna de gevonden waarde van p in vergelijking I in te vullen.

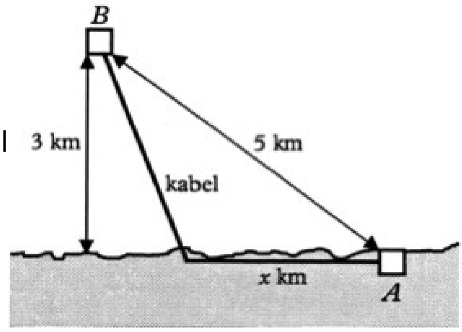
6p **c.** Bereken de waarden van *p* en *r* en teken daarmee een visje in de rechthoek op de uitwerkbijlage. Geef duidelijk uitleg over je werkwijze.

Vraagstelling gaat verder op de volgende bladzijde

Opgave 4

Drie kilometer uit de kust ligt een eiland *B*. Men wil het eiland door een kabel met een kuststation *A* verbinden. De afstand *AB* = 5 km.

De bedoeling is, dat de kosten van de aanleg van de kabel zo laag mogelijk blijven. Het trekken van een kabel kost 2 euro per meter; in zee is dit 6 euro per meter. Men besluit de kabel eerst *x* km over land aan te leggen en daarna in zee verder te gaan.



4p **a.** Druk de prijs van de benodigde kabel in *x* uit.

6p **b.** Voor welke lengte van *x* is de prijs van de aanleg minimaal? Bereken eveneens deze prijs.

Opgave 5

Tom is lid van een bergsportvereniging. In z'n vakantie wil hij met een expeditie de Aconcagua (6962 m), de hoogste berg van de Andes beklimmen. In berggebieden daalt zowel de temperatuur T (in °C) als de luchtdruk P (in mbar) bij toenemende hoogte h (in km). Onderstaande tabel geeft een overzicht van de gemiddelden in Chili in de maand juni; de maand waarin Tom met vakantie gaat.

h in km	0	1	2	3	4	5	6	7
T in °C	24,6	18,7	12,8	6,9	1,0	−4,9	−10,8	−16,7
P in mb	1020	918	826	743	669	602	542	488

3p **a.** Het verband tussen *h* en *T* is lineair. Geef de vergelijking van dit verband.

3p **b.** Toon aan dat het verband tussen h en P wordt gegeven door $P = 1020 \cdot 0{,}9^h$.

Op een dag in juni arriveert Tom op het vliegveld van Santiago de Chile (540 m).

2p **c.** Welke temperatuur en welke luchtdruk verwacht je hier op die dag?

De volgende dag staat Tom op de top van de Aconcagua.

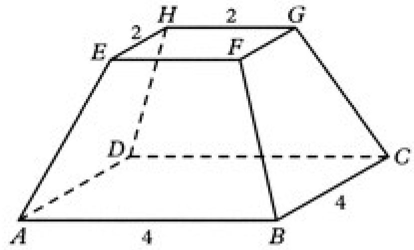
2p **d.** Bereken de te verwachten temperatuur en luchtdruk op deze hoogte.

3p **e.** Bereken algebraïsch op welke hoogte de luchtdruk nog maar de helft van de luchtdruk is die gemiddeld in Santiago de Chile wordt gemeten.

Vraagstelling gaat verder op de volgende bladzijde

Opgave 6

Hiernaast staat een afgeknotte regelmatige piramide *ABCD.EFGH* met hoogte 4,5.



4p **a.** Bereken de inhoud van *ABCD.EFGH.*

Langs het vlak *BGE* snijdt men een deel van de afgeknotte piramide weg.

4p **b.** Bereken de inhoud van het lichaam *ABCD.EGH*, dat overblijft.

Einde

Uitwerkbijlage

opgave 3c